а) Решите уравнение

$$\cos 2x+\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+1=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

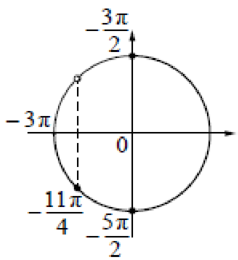
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\cos^2 x-1+\sqrt{2}\cos x+1=0;\ 2\cos^2 x+\sqrt{2}\cos x=0;$$

$$\cos x\cdot\left(2\cos x+\sqrt{2}\right)=0.$$

Значит, или $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{3\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x-\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

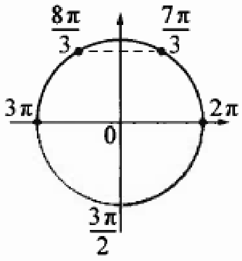
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x=0;\ \sin x\cdot\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)=0.$$

Значит, или $\sin x=0$, откуда $x=\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.



Получим числа: 2π; $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$; 3π.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) 2π; $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$; 3π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{3}{\sin x}+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

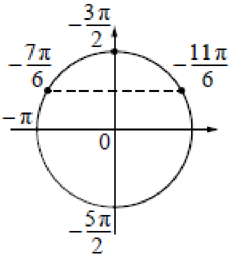
Решение.

а) Пусть $t=\frac{1}{\sin x}$, тогда уравнение запишется в виде $t^2-3t+2=0$, откуда $t=1$ или $t=2$.

При $t=1$ получим: $\frac{1}{\sin x}=1$; $\sin x=1$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.

При $t=2$ получим: $\frac{1}{\sin x}=2$; $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.



Получим числа: $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение

$$3\cdot 9^{x-\frac{1}{2}}-7\cdot 6^{x}+3\cdot 4^{x+1}=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2;3]$.

Решение.

а) Преобразуем исходное уравнение: $\left(\frac{9}{4}\right)^{x}-7\left(\frac{3}{2}\right)^{x}+12=0$.

Пусть $t=\left(\frac{3}{2}\right)^{x}$, тогда уравнение запишется в виде $t^{2}-7t+12=0$, откуда $t=3$ или $t=4$.

При $t=3$ получим: $\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=3$, откуда $x=\log_{\frac{3}{2}}3$.

При $t=4$ получим: $\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=4$, откуда $x=\log_{\frac{3}{2}}4$.

б) Поскольку $\left(\frac{3}{2}\right)^{2}<3<\left(\frac{3}{2}\right)^{3}<4$, получаем: $2<\log_{\frac{3}{2}}3<3<\log_{\frac{3}{2}}4$. Значит, отрезку $[2;3]$ принадлежит число $\log_{\frac{3}{2}}3$.

Ответ: а) $\log_{\frac{3}{2}}3$; $\log_{\frac{3}{2}}4$; б) $\log_{\frac{3}{2}}3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение

$$\log_{5}(2-x)=\log_{25}x^{4}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\log_{9}\frac{1}{82};\log_{9}8\right]$$

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\log_5(2-x)=\log_5 x^2;\ \begin{cases} x^2=2-x, \\ x^2>0; \end{cases} \begin{cases} (x+2)(x-1)=0, \\ x\neq 0. \end{cases}$$

Получаем, что $x=-2$ или $x=1$.

б) Поскольку $\log_9\frac{1}{82}<-2<\log_9 8<1$, получаем, что отрезку $\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$ принадлежит единственный корень -2.

Ответ: а) -2; 1; б) -2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение

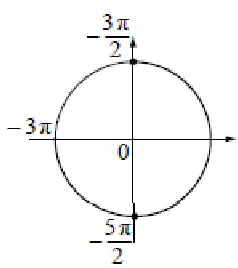
$$\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x}+\left(\frac{5}{2}\right)^{\cos x}=2.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Пусть $t=\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде $t+\frac{1}{t}=2$; $t=1$; $\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x}=1$, откуда $\cos x=0$; $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-\frac{5\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{5\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение

$$9^{\sin x}+9^{-\sin x}=\frac{10}{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$.

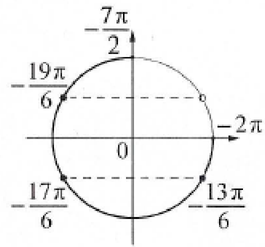
Решение.

а) Пусть $t=9^{\sin x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде $t+\frac{1}{t}=\frac{10}{3}$, откуда $t=3$ или $t=\frac{1}{3}$.

При $t=3$ получим: $9^{\sin x}=3$, откуда $\sin x=\frac{1}{2}$; $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

При $t=\frac{1}{3}$ получим: $9^{\sin x}=\frac{1}{3}$, откуда $\sin x=-\frac{1}{2}$; $x=-\frac{\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$.



Получим числа: $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{17\pi}{6}$; $-\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$-\frac{\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{17\pi}{6}$; $-\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Эксперт, проверяющий работу, располагает критериями оценивания решений заданий С1–С6, включающими: 1) формулировку задания с развёрнутым ответом; 2) одно из возможных решений задания; 3) содержание критерия. Следует помнить, что, проверяя решения заданий с развёрнутым ответом, эксперт оценивает математическую грамотность представленного решения. Эксперт не должен предъявлять особых требований к форме записи и к степени подробности решения, но в то же время должен следить за правильностью и обоснованностью математических утверждений, используемых экзаменуемым. Максимальный балл за задания: С1 – 2 балла, С2 – 2 балла, С3 – 3 балла, С4 – 3 балла, С5 – 4 балла, С6 – 4 балла. Если экзаменуемый не приступал к задаче, то в протокол ставится «х». Если же экзаменуемый приступил к выполнению задания (даже если только переписал условие или написал номер задания), то решение должно быть оценено в соответствии с критериями проверки соответствующего задания.