

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\cos^2 x - 1 + \sqrt{2} \cos x + 1 = 0; \quad 2\cos^2 x + \sqrt{2} \cos x = 0;$$

$$\cos x \cdot (2\cos x + \sqrt{2}) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, или $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

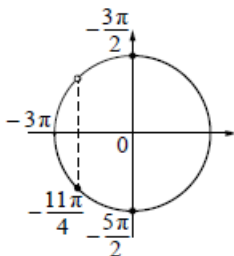
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Получим числа: $-\frac{11\pi}{4}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -\frac{11\pi}{4}; -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}.$$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x - \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x = 0; \sin x \cdot (2\sin x - \sqrt{3}) = 0.$$

Значит, или $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ или } x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

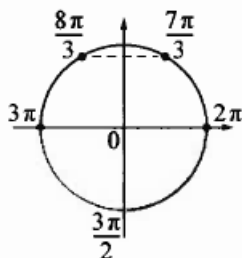
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Получим числа: $2\pi; \frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}; 3\pi$.

Ответ: а) πk , $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } 2\pi; \frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}; 3\pi.$$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Решение.

а) Пусть $t = \frac{1}{\sin x}$, тогда уравнение запишется в виде $t^2 - 3t + 2 = 0$, откуда $t = 1$ или $t = 2$.

При $t = 1$ получим: $\frac{1}{\sin x} = 1$; $\sin x = 1$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

При $t = 2$ получим: $\frac{1}{\sin x} = 2$; $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

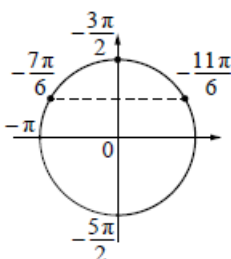
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Получим числа: $-\frac{11\pi}{6}$, $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}.$$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

а) Решите уравнение

$$3 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} - 7 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 3]$.

Решение.

а) Преобразуем исходное уравнение: $\left(\frac{9}{4}\right)^x - 7\left(\frac{3}{2}\right)^x + 12 = 0$.

Пусть $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, тогда уравнение запишется в виде $t^2 - 7t + 12 = 0$, откуда $t = 3$ или $t = 4$.

При $t = 3$ получим: $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 3$, откуда $x = \log_{\frac{3}{2}} 3$.

При $t = 4$ получим: $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 4$, откуда $x = \log_{\frac{3}{2}} 4$.

б) Поскольку $\left(\frac{3}{2}\right)^2 < 3 < \left(\frac{3}{2}\right)^3 < 4$, получаем: $2 < \log_{\frac{3}{2}} 3 < 3 < \log_{\frac{3}{2}} 4$. Значит, отрезку $[2; 3]$ принадлежит число $\log_{\frac{3}{2}} 3$.

Ответ: а) $\log_{\frac{3}{2}} 3$; $\log_{\frac{3}{2}} 4$; б) $\log_{\frac{3}{2}} 3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

а) Решите уравнение

$$\log_5(2-x) = \log_{25} x^4$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8 \right]$$

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\log_5(2-x) = \log_5 x^2; \begin{cases} x^2 = 2-x, \\ x^2 > 0; \end{cases} \begin{cases} (x+2)(x-1) = 0, \\ x \neq 0. \end{cases}$$

Получаем, что $x = -2$ или $x = 1$.

б) Поскольку $\log_9 \frac{1}{82} < -2 < \log_9 8 < 1$, получаем, что отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8 \right]$ принадлежит единственный корень -2 .

Ответ: а) $-2; 1$; б) -2 .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

а) Решите уравнение

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x} + \left(\frac{5}{2}\right)^{\cos x} = 2.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Пусть $t = \left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде

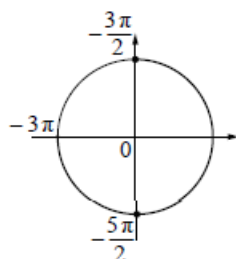
$$t + \frac{1}{t} = 2; t = 1; \left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x} = 1, \text{ откуда } \cos x = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

$$\text{Получим числа: } -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{Ответ: а) } \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}.$$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или в пункте <i>b</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

а) Решите уравнение

$$9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решение.

а) Пусть $t = 9^{\sin x}$, тогда исходное уравнение запишется в виде $t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}$,

откуда $t = 3$ или $t = \frac{1}{3}$.

При $t = 3$ получим: $9^{\sin x} = 3$, откуда $\sin x = \frac{1}{2}$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

При $t = \frac{1}{3}$ получим: $9^{\sin x} = \frac{1}{3}$, откуда $\sin x = -\frac{1}{2}$; $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$.

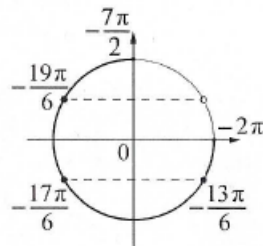
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

Получим числа: $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{17\pi}{6}$; $-\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{17\pi}{6}$; $-\frac{13\pi}{6}$.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Эксперт, проверяющий работу, располагает критериями оценивания решений заданий С1–С6, включающими:

1) формулировку задания с развёрнутым ответом; 2) одно из возможных решений задания; 3) содержание критерия.

Следует помнить, что, проверяя решения заданий с развёрнутым ответом, эксперт оценивает математическую грамотность представленного решения. Эксперт не должен предъявлять особых требований к форме записи и к степени подробности решения, но в то же время должен следить за правильностью и обоснованностью математических утверждений, используемых экзаменуемым. Максимальный балл за задания: С1 – 2 балла, С2 – 2 балла, С3 – 3 балла, С4 – 3 балла, С5 – 4 балла, С6 – 4 балла. Если экзаменуемый не приступал к задаче, то в протокол ставится «х». Если же экзаменуемый приступил к выполнению задания (даже если только переписал условие или написал номер задания), то решение должно быть оценено в соответствии с критериями проверки соответствующего задания.