

## Горячие формулы школьного курса математики

Для успешного освоения высшей математики необходимо вспомнить следующее:

### I) Формулы сокращенного умножения

1) Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

2) Квадрат суммы и квадрат разности

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

3) Сумма и разность кубов:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

4) Куб суммы и разности

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Данные формулы очень часто используются в ходе решения пределов, преобразования подынтегральных выражений, действий с комплексными числами. **Формулы №№1-2 желательно знать наизусть и сразу ВИДЕТЬ возможность их применения.**

### II) Решение квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ , $a \neq 0$

Без него далеко не уедешь. Вспоминаем, как решать.

Находим дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac$$

Если  $D > 0$ , то уравнение имеет два действительных корня («школьных» числа):

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Если  $D = 0$ , то уравнение имеет два совпавших действительных корня:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

Если  $D < 0$ , то уравнение имеет два сопряженных комплексных корня:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Критерием того, что Вы на правильном пути, является тот факт, что у Вас получился «хороший» дискриминант, допускающий целое извлечение корня, например:

$D = 36$  и  $\sqrt{D} = \sqrt{16} = 4$ , а вот  $D = 17$  – не есть хорошо, либо Вы допустили ошибку, либо в условии задачи допущена опечатка.

Справедливым является следующее разложение квадратного трехчлена на множители:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Решать квадратное уравнение нужно при устранении неопределенностей в пределах, при построении графика для вычисления площади фигуры, в ходе решения дифференциальных уравнений второго порядка, и еще много где.

### III) Действия со степенями

Для основания степени возьмем всеми любимую букву  $x$ .

Надеюсь, что Вы помните:

$$x^{a+b} = x^a \cdot x^b$$

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

**Очень важно знать:**  $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$ , собственно, это не действие и не правило, а просто две записи ОДНОГО И ТОГО ЖЕ, в таком виде (правая часть) всегда записываются радикалы (корни) в процессе нахождения производных, интегралов и т.д.

**Не менее важно:**  $\frac{1}{x^a} = x^{-a}$

Ну и пример:

$$\frac{1}{\sqrt[7]{(x + \cos 3x)^4}} = \frac{1}{(x + \cos 3x)^{\frac{4}{7}}} = (x + \cos 3x)^{-\frac{4}{7}}$$

Все три выражения – это **одно и то же**, просто запись разная.

### IV) Действия с логарифмами

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln x^a = a \ln x$$

Пример:

$$\ln \sqrt[3]{\left(\frac{x-3}{2x+5}\right)^2} = \ln \left(\frac{x-3}{2x+5}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \ln \left(\frac{x-3}{2x+5}\right) = \frac{2}{3} (\ln(x-3) - \ln(2x+5))$$

Все четыре выражения – записи одного и того же.

Данные преобразования часто используются при нахождении производных, решении дифференциальных уравнений и т.д.