Горячие формулы школьного курса математики

Для успешного освоения высшей математики необходимо вспомнить следующее:

I) Формулы сокращенного умножения

1) Разность квадратов
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

2) Квадрат суммы и квадрат разности
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3) Сумма и разность кубов:
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

4) Куб суммы и разности
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Данные формулы очень часто используются в ходе решения пределов, преобразования подынтегральных выражений, действий с комплексными числами. ***Формулы №№1-2 желательно знать наизусть и сразу ВИДЕТЬ возможность их применения.***

II) Решение квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

Без него далеко не уедешь. Вспоминаем, как решать.
Находим дискриминант:
$D = b^2 - 4ac$

Если $D > 0$, то уравнение имеет два действительных корня («школьных» числа):
$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$

Если $D = 0$, то уравнение имеет два совпавших действительных корня:
$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, то уравнение имеет два сопряженных комплексных корня:
$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$

Критерием того, что Вы на правильном пути, является тот факт, что у Вас получился «хороший» дискриминант, допускающий целое извлечение корня, например:

$D = 36$ и $\sqrt{D} = \sqrt{16} = 4$, а вот $D = 17$ – не есть хорошо, либо Вы допустили ошибку, либо в условии задачи допущена опечатка.

Справедливым является следующее разложение квадратного трехчлена на множители:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Решать квадратное уравнение нужно при устранении неопределенностей в пределах, при построении графика для вычисления площади фигуры, в ходе решения дифференциальных уравнений второго порядка, и еще много где.

III) Действия со степенями

Для основания степени возьмем всеми любимую букву x.

Надеюсь, что Вы помните:

$$x^{a+b} = x^a \cdot x^b$$
$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

Очень важно знать: $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$**,** собственно, это не действие и не правило, а просто две записи ОДНОГО И ТОГО ЖЕ, **в таком виде (правая часть) всегда записываются радикалы (корни) в процессе нахождения производных, интегралов и т.д.**

Не менее важно: $\dfrac{1}{x^a} = x^{-a}$

Ну и пример:

$$\frac{1}{\sqrt[7]{(x + \cos 3x)^4}} = \frac{1}{(x + \cos 3x)^{\frac{4}{7}}} = (x + \cos 3x)^{-\frac{4}{7}}$$

Все три выражения – это **одно и то же**, просто запись разная.

IV) Действия с логарифмами

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$
$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$
$$\ln x^a = a \ln x$$

Пример:

$$\ln \sqrt[3]{\left(\frac{x-3}{2x+5}\right)^2} = \ln\left(\frac{x-3}{2x+5}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\ln\left(\frac{x-3}{2x+5}\right) = \frac{2}{3}\left(\ln(x-3) - \ln(2x+5)\right)$$

Все четыре выражения – записи одного и того же.

Данные преобразования часто используются при нахождении производных, решении дифференциальных уравнений и т.д.